

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

**УТВЕРЖДЕНО**

решением Ученого совета института (факультета)

от « 16 » 06 2020 г., протокол № 5/20

Председатель / *Васильев М. А.*

*подпись, расшифровка подписи*

« 16 » 06 2020 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Дисциплина	Теория вероятностей и математическая статистика
Факультет	Математики, информационных и авиационных технологий
Кафедра	Прикладной математики
Курс	3

Направление (специальность): 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль/специализация): Имитационное моделирование и анализ данных

Форма обучения: очная

Дата введения в учебный процесс УлГУ: « 1 » 09 20 20 г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол №\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол №\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол №\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 г.

Сведения о разработчиках:

ФИО	Кафедра	Должность, ученая степень, звание
Бутов А.А.	ПМ	Заведующий кафедрой, д.ф.м.н., профессор
Савинов Ю.Г.	ПМ	Доцент, к.ф.м.н., доцент
Гаврилова М.С.	ПМ	Доцент, к.ф.м.н.
Хрусталева С.А.	ПМ	Доцент, к.ф.м.н.

СОГЛАСОВАНО	СОГЛАСОВАНО
Заведующий кафедрой, реализующей дисциплину	Заведующий выпускающей кафедрой
<i>Бутов А.А.</i> Подпись	<i>Бутов А.А.</i> Подпись
Бутов А.А. ФИО	Бутов А.А. ФИО
« 5 » 06 20 20 г.	« 5 » 06 20 20 г.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ:

**Цели освоения дисциплины:** усвоение фундаментальных понятий теории вероятностей и математической статистики, овладение методами решения задач теории вероятностей и методами статистической обработки данных, приобретение навыков использования понятийного аппарата и технических приемов при построении учитывающих случайные факторы математических моделей различных закономерностей и процессов, описании динамики различных систем и прогнозировании их развития.

**Задачи освоения дисциплины:** изучение фундаментальных понятий и методов теории вероятностей и математической статистики; решение различных вероятностных и статистических прикладных задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП:

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» (Б1.О.04) относится к дисциплинам Обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» Основной Профессиональной Образовательной Программы по направлению подготовки – 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Данная дисциплина базируется на знаниях, умениях, навыках и компетенциях студента, полученных им в результате освоения предшествующих дисциплин – «Введение в математику», «Математический анализ» и «Комбинаторика».

Результаты освоения дисциплины будут необходимы для дальнейшего процесса обучения в рамках поэтапного формирования компетенций при изучении последующих дисциплин – «Дополнительные главы теории вероятностей», «Дополнительные главы математической статистики», «Теория случайных процессов» «Дополнительные главы теории случайных процессов», «Теория массового обслуживания», «Предельные теоремы для семимартингалов» и «Теория случайных блужданий», для прохождения производственной практики (научно-исследовательская работа) и государственной итоговой аттестации.

## 3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Код и наименование реализуемой компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций
ОПК-1 – способность применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности; ОПК-2 – способность использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач;	<b>Знать:</b> основы теории вероятностей и математической статистики.  <b>Уметь:</b> применять вероятностные и статистические методы при решении практических задач.  <b>Владеть:</b> методами теории вероятностей и математической статистики.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

ОПК-3 – способность применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.	
---	--

#### 4. ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах (всего): 10 зачетных единиц.

4.2. Объем дисциплины по видам учебной работы (в часах):

Вид учебной работы	Количество часов (форма обучения: очная)		
	Всего по плану	В т.ч. по семестрам	
		5	6
1	2*	3*	4
Контактная работа обучающихся с преподавателем в соответствии с УП	198/108	108/108	90
Аудиторные занятия	198/108	108/108	90
Лекции	72/36	36/36	36
Семинары и практические занятия	90/72	72	18
Лабораторные работы, практикумы	36	–	36
Самостоятельная работа	90	72	18
Форма текущего контроля знаний и контроля самостоятельной работы: тестирование, контр. работа, коллоквиум, реферат и др. (не менее 2 видов)		устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
Курсовая работа	+	+	–
Виды промежуточной аттестации (экзамен, зачет)	2 экзамена 72	экзамен 36	экзамен 36
Всего часов по дисциплине	360/108	216/108	144

\* В случае необходимости использования в учебном процессе частично/исключительно дистанционных образовательных технологий в таблице через слеш указывается количество часов работы ППС с обучающимися для проведения занятий в дистанционном формате с применением электронного обучения.

4.3. Содержание дисциплины (модуля). Распределение часов по темам и видам учебной работы:

Форма обучения: очная.

Название разделов и тем	Всего	Виды учебных занятий				Форма текущего контроля знаний
		Аудиторные занятия			Занятия в интерактивно	
		Лекции	Практические занятия,	Лабораторные работы,		
					Самостоятельная работа	

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

			семинары	практикумы	й форме		
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>5 семестр</b>							
<i>Раздел 1. Теория вероятностей</i>							
1. Введение. Предмет и история теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Понятие пространства элементарных событий, комбинаторные эксперименты. Алгебра событий, разбиения.	10	2	4		1	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
2. Вероятность, вероятностное пространство (модель). Биномиальное распределение и случайное блуждание, построение вероятностной модели.	10	2	4		1	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
3. Условные вероятности. Независимость. Случайные величины, распределения, функции распределения.	10	2	4		1	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
4. Математическое ожидание и дисперсия. Свойства. Неравенство Чебышева.	10	2	4		1	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
5. Предельные теоремы для схемы Бернулли. Закон больших чисел. Локальная	10	2	4		1	4	устный опрос, проверка решения задач

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

предельная теорема.							
6. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона.	10	2	4		1	4	устный опрос, проверка решения задач
7. Условная вероятность и математические ожидания в элементарной схеме. Условная вероятность относительно разбиения. Измеримость относительно разбиения, алгебры, случайных величин.	10	2	4		1	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
8. Условные математические ожидания относительно разбиения, алгебры, случайных величин. Свойства. Пуассоновский процесс.	10	2	4		1	4	устный опрос, проверка решения задач
9. Понятия мартингала, момента остановки (соответствует относительно потока алгебр). Задача о разорении (мартингальный подход).	10	2	4			4	устный опрос, проверка решения задач
10. Общая вероятностная модель. Аксиоматика Колмогорова.	10	2	4			4	устный опрос, проверка решения задач
11. Функции распределения, плотности. Случайные	10	2	4		1	4	устный опрос, проверка решения

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

величины (независимость, измеримость, характеристики)							задач, контрольн ая работа
12. Математическое ожидание. Свойства.	10	2	4		1	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольн ая работа
13. Свойства функций распределения случайных величин. Свертка.	10	2	4		1	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольн ая работа
14. Характеристиче ская функция. Свойства. Теорема непрерывности для характеристичес ких функций и функций распределения.	10	2	4		1	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольн ая работа
15. Предельные теоремы (закон больших чисел и центральная предельная теорема).	10	2	4			4	устный опрос, проверка решения задач
16. Условное математическое ожидание. Теорема о нормальной корреляции.	10	2	4			4	устный опрос, проверка решения задач
17. Понятие о процессах.	10	2	4			4	устный опрос, проверка решения задач
18. Схема Калмана. Фильтр Калмана.	10	2	4			4	устный опрос, проверка решения задач
Экзамен	36						
Итого	216	36	72		12	72	

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

6 семестр							
Раздел 2. Математическая статистика							
1. Понятие выборки. Выборочные распределения и выборочные характеристики. Вариационный ряд. Порядковые статистики и их распределение.	6	2	1	2		1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
2. Точечные оценки неизвестных параметров. Несмещенность, состоятельность, эффективность. Выборочные средние и дисперсия как оценки. Способы сравнения оценок. Среднеквадратический подход. Эффективные оценки.	9	3	2	3		1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
3. Информация по Фишеру. Связь с информацией, содержащейся в одном наблюдении. Неравенство Рао-Крамера. Теорема о единственности несмещенной эффективной оценки.	8	3	1	3		1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
4. Метод максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия. Метод	7	2	1	3		1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

моментов.							
5. Распределения вероятностей, связанные с нормальным: гамма-распределение, $\chi^2$ -Пирсона, Стьюдента, Фишера. Леммы о распределении Стьюдента, Фишера.	8	3	1	3		1	устный опрос, проверка решения задач
6. Интервальные оценки неизвестных параметров. Леммы о доверительных пределах. Основная теорема интервального оценивания.	6	2	1	2		1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
7. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительный интервал в случае асимптотически нормальных оценок. Определение необходимого объема выборки.	8	3	1	3		1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
8. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Ошибки 1, 2 рода. Мощность критерия. Статистика критерия. Критическая область.	7	2	1	2		2	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
9. Параметрически	8	3	1	3		1	устный опрос,

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

е гипотезы. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий в случае известной дисперсии. Проверка гипотез о равенстве дисперсии.							проверка решения задач
10. Критерии согласия. Критерий Пирсона. Теорема Пирсона. Критерий Колмогорова и $W^2$ -квадрат Мизеса. Распространенные ошибки при использовании критериев согласия.	9	3	2	2		2	устный опрос, проверка решения задач
11. Критерии однородности. Критерий знаков и критерий Вилкоксона.	6	2	1	2		1	устный опрос, проверка решения задач
12. Способы сравнения критериев. Наиболее мощные критерии. Лемма Неймана-Пирсона.	7	2	1	3		1	устный опрос, проверка решения задач
13. Методы многомерного статистического анализа. Корреляционный анализ: проверка значимости коэффициентов линейной и ранговой (Спирмена и Кендалла)	9	3	2	2		2	устный опрос, проверка решения задач

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

корреляции. Понятие о дисперсионном анализе.							
14. Методы многомерного статистического анализа. Понятие о регрессионном анализе. Метод наименьших квадратов. Основная теорема регрессионного анализа. Выбор уравнения линейной регрессии. Ошибка прогноза. Свойства оптимального прогноза. Корреляционное отношение. Множественная линейная регрессия. Ошибка прогноза.	10	3	2	3		2	устный опрос, проверка решения задач
Экзамен	36						
Итого	144	36	18	36		18	
Всего	360	72	90	36	12	90	

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Раздел 1. Теория вероятностей.

1. Введение. Предмет и история теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Понятие пространства элементарных событий, комбинаторные эксперименты. Алгебра событий, разбиения.
2. Вероятность, вероятностное пространство (модель). Биномиальное распределение и случайное блуждание, построение вероятностной модели.
3. Условные вероятности. Независимость. Случайные величины, распределения, функции распределения.
4. Математическое ожидание и дисперсия. Свойства. Неравенство Чебышева.
5. Предельные теоремы для схемы Бернулли. Закон больших чисел. Локальная предельная теорема.
6. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона.
7. Условная вероятность и математические ожидания в элементарной схеме. Условная вероятность относительно разбиения. Измеримость относительно разбиения, алгебры,

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

случайных величин.

8. Условные математические ожидания относительно разбиения, алгебры, случайных величин. Свойства. Пуассоновский процесс.
9. Понятия мартингала, момента остановки (соответствует относительно потока алгебр). Задача о разорении (мартингальный подход).
10. Общая вероятностная модель. Аксиоматика Колмогорова.
11. Функции распределения, плотности. Случайные величины (независимость, измеримость, характеристики).
12. Математическое ожидание. Свойства.
13. Свойства функций распределения случайных величин. Свертка.
14. Характеристическая функция. Свойства. Теорема непрерывности для характеристических функций и функций распределения.
15. Предельные теоремы (закон больших чисел и центральная предельная теорема).
16. Условное математическое ожидание. Теорема о нормальной корреляции.
17. Понятие о процессах.
18. Схема Калмана. Фильтр Калмана.

## **Раздел 2. Математическая статистика.**

1. Понятие выборки. Выборочные распределения и выборочные характеристики. Вариационный ряд. Порядковые статистики и их распределение.
2. Точечные оценки неизвестных параметров. Несмещенность, состоятельность, эффективность. Выборочные средние и дисперсия как оценки. Способы сравнения оценок. Среднеквадратический подход. Эффективные оценки.
3. Информация по Фишеру. Связь с информацией, содержащейся в одном наблюдении. Неравенство Рао-Крамера. Теорема о единственности несмещенной эффективной оценки.
4. Метод максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия. Метод моментов.
5. Распределения вероятностей, связанные с нормальным: гамма-распределение,  $\chi^2$ -Пирсона, Стьюдента, Фишера. Леммы о распределении Стьюдента, Фишера.
6. Интервальные оценки неизвестных параметров. Леммы о доверительных пределах. Основная теорема интервального оценивания.
7. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительный интервал в случае асимптотически нормальных оценок. Определение необходимого объема выборки.
8. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Ошибки 1, 2 рода. Мощность критерия. Статистика критерия. Критическая область.
9. Параметрические гипотезы. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий в случае известной дисперсии. Проверка гипотез о равенстве дисперсии.
10. Критерии согласия. Критерий Пирсона. Теорема Пирсона. Критерий Колмогорова и  $W^2$ -квадрат Мизеса. Распространенные ошибки при использовании критериев согласия.
11. Критерии однородности. Критерий знаков и критерий Вилкоксона.
12. Способы сравнения критериев. Наиболее мощные критерии. Лемма Неймана-Пирсона.
13. Методы многомерного статистического анализа. Корреляционный анализ: проверка значимости коэффициентов линейной и ранговой (Спирмена и Кендалла) корреляции. Понятие о дисперсионном анализе.
14. Методы многомерного статистического анализа. Понятие о регрессионном анализе. Метод наименьших квадратов. Основная теорема регрессионного анализа. Выбор уравнения линейной регрессии. Ошибка прогноза. Свойства оптимального прогноза. Корреляционное отношение. Множественная линейная регрессия. Ошибка прогноза.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

## 6. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ И СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ

### Раздел 1. Теория вероятностей.

1. Множества и операции над ними. Алгебры и  $\sigma$ -алгебры. Выборки из конечной генеральной совокупности: упорядоченные и неупорядоченные, с возвращениями и без возвращения (семинар).
2. Биномиальные коэффициенты. Полиномиальная теорема (семинар).
3. Измеримые пространства. События. Вероятностная мера, ее свойства. Вероятностные пространства. Аксиоматика Колмогорова (семинар).
4. Условные вероятности. Независимость. Формула Байеса и формула полной вероятности (семинар).
5. Конечное вероятностное пространство с классическим типом вероятности. Вероятностное пространство с геометрическим типом вероятности (семинар).
6. Биномиальная и полиномиальная схемы независимых испытаний (семинар).
7. Классические предельные теоремы: Муавра-Лапласа, Пуассона (семинар).
8. Контрольная работа № 1 (семинар).
9. Случайная величина. Измеримость. Распределение и функция распределения. Дискретные случайные величины. Абсолютная непрерывность (семинар).
10. Плотность распределения. Существование случайных величин с заданным законом распределения. Основные дискретные и абсолютно непрерывные распределения случайных величин (семинар).
11. Случайные векторы и их распределения. Совместная функция распределения. Ковариационная матрица (семинар).
12. Независимость. Критерий независимости дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин. Свертка распределений (семинар).
13. Математическое ожидание и дисперсия. Свойства (семинар).
14. Основные неравенства: Чебышева, Маркова, Коши-Буняковского. Ковариация и коэффициент корреляции, их свойства (семинар).
15. Характеристическая функция случайной величины, ее свойства (семинар).
16. Характеристические функции типовых распределений. Производящие функции и их свойства (семинар).
17. Виды сходимости и соотношения между ними. Усиленный закон больших чисел. Центральная предельная теорема (семинар).
18. Невырожденное нормальное многомерное распределение, смысл параметров, характеристическая функция (семинар).
19. Независимость некоррелированных компонент нормально распределенного случайного вектора (семинар).
20. Контрольная работа № 2 (семинар).

### Раздел 2. Математическая статистика.

1. Выборочные характеристики. Эмпирическая функция распределения, гистограмма, выборочные моменты (семинар).
2. Точечные оценки. Несмещенность, состоятельность, эффективность (семинар).
3. Распределения вероятностей, связанные с нормальным: гамма-распределение,  $\chi^2$ -Пирсона, Стьюдента, Фишера (семинар).
4. Методы построения оценок. Метод моментов (семинар).
5. Методы построения оценок. Метод максимального правдоподобия (семинар).
6. Интервальное оценивание. Точные и асимптотические доверительные интервалы (семинар).

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

7. Интервальные оценки параметров нормального распределения (семинар).
8. Проверка статистических гипотез. Критерии согласия (семинар).
9. Проверка статистических гипотез. Критерии однородности (семинар).
10. Контрольная работа № 3 (семинар).

## 7. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ, ПРАКТИКУМЫ

### Раздел 2. Математическая статистика.

#### Лабораторная работа № 1. «Выборочные характеристики».

Целью работы является построение выборочной функции распределения  $F_n(x)$  и гистограммы, вычисление выборочного среднего, выборочной дисперсии и исправленной дисперсии выборки  $X$ . Выборка  $X$  берется из файла (файлы прилагаются, номер студента в списке группы соответствует номеру файла).

Результатом лабораторной работы № 1 является компьютерная программа, написанная на языке программирования высокого уровня или в статистическом пакете, которая выводит значения выборочных моментов, выборочную функцию распределения и гистограмму по данным из файла.

#### Лабораторная работа № 2. «Интервальное оценивание».

Целью работы является построение доверительных интервалов математического ожидания в случае выборки  $X$  из нормальной генеральной совокупности, при известной и неизвестной дисперсии. Считая, что выборка принадлежит нормальному распределению, построить доверительные интервалы для среднего генеральной совокупности в случае известной/неизвестной дисперсии, уровень значимости равен: а) 0.01; б) 0.1. Выборка  $X$  берется из файла (файлы прилагаются, номер студента в списке группы соответствует номеру файла).

Результатом лабораторной работы № 2 является компьютерная программа, написанная на языке программирования высокого уровня или в статистическом пакете, которая выводит значения границ доверительных интервалов для среднего генеральной совокупности, рассчитанные по выборке  $X$  при известной/неизвестной дисперсии для заданных уровней значимости в предположении, что выборка принадлежит нормальному распределению.

#### Лабораторная работа № 3. «Проверка статистических гипотез. Критерий согласия Пирсона».

Целью работы является проверка для обеих выборок  $X$  и  $Y$  статистических гипотез с помощью критерия согласия Пирсона:

1) о нормальном распределении, параметры оцениваются по выборке, уровень значимости равен: а) 0.01 б) 0.1;

2) о равенстве дисперсий в предположении, что обе выборки принадлежат нормальному распределению:  $X \sim N(a_1, b_1)$ ,  $Y \sim N(a_2, b_2)$ ;

3) о равенстве средних в предположении, что обе выборки принадлежат нормальному распределению:  $X \sim N(a_1, b_1)$ ,  $Y \sim N(a_2, b_2)$ , дисперсии равны, но неизвестны.

Выборки  $X$  и  $Y$  берутся из файла (файлы прилагаются, номер студента в списке группы соответствует номеру файла).

Результатом лабораторной работы № 3 является компьютерная программа, написанная на языке программирования высокого уровня или в статистическом пакете, или таблицы, сформированные в MS Excel, с представлением исходных данных, этапов

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

проверки гипотез (промежуточных расчетов, критических значений соответствующих распределений) и конечных результатов (основная гипотеза верна или нет).

#### **Лабораторная работа №4: «Регрессионный анализ»**

Целью работы является нахождение для выборок  $X$  и  $Y$  уравнения линейной регрессии, проверка адекватности построенной модели и значимости коэффициентов.

Выборки  $X$  и  $Y$  берутся из файла (файлы прилагаются, номер студента в списке группы соответствует номеру файла).

Результатом лабораторной работы № 4 является компьютерная программа, написанная на языке программирования высокого уровня или в статистическом пакете, или таблицы, сформированные в MS Excel, с представлением исходных данных, этапов построения регрессии (промежуточных расчетов коэффициентов регрессии) и конечных результатов (уравнение линейной регрессии с графическим отображением).

### **8. ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ, КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ, РЕФЕРАТОВ**

Выполнение рефератов не предусмотрено учебным планом. Примерная тематика курсовых и контрольных работ представлена ниже.

*Примерная тематика курсовых работ по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»\*:*

1. Модель броуновского моста в задачах построения функций распределения.
2. Модель случайных величин с целочисленным распределением.
3. Устойчивые распределения: теория и имитационное моделирование.
4. Гауссовские и условно-гауссовские распределения.
5. Оценивание параметров в задаче о разладке.
6. Процессы случайного блуждания в дискретном времени.

*\*Все темы определяются и корректируются в ходе личной беседы с научным руководителем.*

*Примерная тематика контрольных работ по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»:*

1. Классическое определение вероятности.
2. Геометрические вероятности.
3. Биномиальная схема независимых испытаний.
4. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
5. Дискретные распределения случайных величин.
6. Абсолютно непрерывные распределения случайных величин.
7. Эмпирическая функция распределения, гистограмма, выборочные моменты.
8. Метод моментов, метод максимального правдоподобия.
9. Информация по Фишеру.
10. Интервальное оценивание.
11. Проверка статистических гипотез, ошибки 1 и 2 рода, мощность критерия.

### **9. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ**

#### **5 семестр**

1. Элементарная вероятностная модель. Алгебра событий, вероятность (свойства). Схема Бернулли.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

2. Условная вероятность. Формула полной вероятности Байеса. Теорема Байеса. Независимость событий.
3. Математическое ожидание в элементарной модели (конструкция и свойства).
4. Свойства дисперсии; ковариация; корреляционная функция (свойства и применение для определения зависимости случайных величин).
5. Независимость событий, случайных величин (попарная, по совокупности). Математическое ожидание произведения независимых случайных величин.
6. Неравенство Чебышева. Следствия.
7. Закон больших чисел в схеме Бернулли.
8. Локальная предельная теорема в схеме Бернулли.
9. Теорема Муавра-Лапласа (в схеме Бернулли).
10. Теорема Пуассона.
11. Разбиения. Условная вероятность и условное математическое ожидание относительно разбиения (конструкция).
12. Свойства условных математических ожиданий относительно разбиения.
13. Измеримость простых случайных величин. Соответствующие свойства условных математических ожиданий.
14. Поток разбиений, алгебр. Момент остановки. Мартингал (для элементарной модели).
15. Теорема о математическом ожидании остановленного мартингала.
16. Задача о разорении.
17. Общая вероятностная модель. Аксиоматика Колмогорова.
18. Функции распределения, свойства. Плотность вероятности.
19. Случайные величины, измеримость (в общей модели). Аппроксимация простыми случайными величинами.
20. Математическое ожидание в общем случае (конструкция и свойства).
21. Неравенства Коши-Буняковского, Йенсена.
22. Неравенства Гельдера, Ляпунова, Чебышева.
23. Характеристическая функция (свойства).

### 6 семестр

1. Понятие выборки. Выборочные распределения и выборочные характеристики.
2. Вариационный ряд. Порядковые статистики и их распределение.
3. Точечные оценки неизвестных параметров. Несмещенность, состоятельность, эффективность. Выборочные средние и дисперсия как оценки.
4. Информация по Фишеру. Связь с информацией, содержащейся в одном наблюдении. Неравенство Рао-Крамера.
5. Теорема о единственности несмещенной эффективной оценки.
6. Метод максимального правдоподобия (Пример).
7. Распределение вероятностей, связанные с нормальным:  $\chi^2$ -Пирсона, Стьюдента, Фишера.
8. Лемма Фишера. Следствие.
9. Лемма о распределении Стьюдента, Фишера.
10. Интервальные оценки неизвестных параметров. Леммы о доверительных пределах.
11. Основная теорема интервального оценивания.
12. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения.
13. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии.
14. Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной дисперсии.
15. Доверительный интервал в случае асимптотически нормальных оценок. Определение необходимого объема выборки.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

16. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Ошибки 1, 2 рода. Мощность критерия. Статистика критерия. Критическая область.
17. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий в случае известной дисперсии.
18. Проверка гипотез о равенстве дисперсии.
19. Критерий Пирсона. Теорема Пирсона.
20. Критерий Колмогорова и  $W^2$ -квадрат Мизеса.
21. Критерий однородности. Критерий знаков и критерий Вилкоксона.
22. Критерий Неймана-Пирсона. Лемма Неймана-Пирсона.
23. Регрессия. Основная теорема регрессионного анализа.
24. Свойства оптимального прогноза. Корреляционное отношение.
25. Линейная регрессия. Ошибка прогноза.
26. Множественная линейная регрессия. Ошибка прогноза.

### 10. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩИХСЯ

Форма обучения: очная.

Название разделов и тем	Вид самостоятельной работы (проработка учебного материала, решение задач, реферат, доклад, контрольная работа, подготовка к сдаче зачета, экзамена и др.)	Объем в часах	Форма контроля (проверка решения задач, реферата и др.)
<b>5 семестр</b>			
<i>Раздел 1. Теория вероятностей</i>			
1. Введение. Предмет и история теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Понятие пространства элементарных событий, комбинаторные эксперименты. Алгебра событий, разбиения.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
2. Вероятность, вероятностное пространство (модель). Биномиальное распределение и случайное блуждание, построение вероятностной модели.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
3. Условные вероятности. Независимость. Случайные величины,	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

распределения, функции распределения.			работа
4. Математическое ожидание и дисперсия. Свойства. Неравенство Чебышева.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
5. Предельные теоремы для схемы Бернулли. Закон больших чисел. Локальная предельная теорема.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач
6. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач
7. Условная вероятность и математические ожидания в элементарной схеме. Условная вероятность относительно разбиения. Измеримость относительно разбиения, алгебры, случайных величин.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
8. Условные математические ожидания относительно разбиения, алгебры, случайных величин. Свойства. Пуассоновский процесс.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач
9. Понятия мартингала, момента остановки (соответствует относительно потока алгебр). Задача о разорении (мартингальный подход).	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач
10. Общая вероятностная модель. Аксиоматика Колмогорова.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач
11. Функции распределения,	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе,	4	устный опрос, проверка

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

плотности. Случайные величины (независимость, измеримость, характеристики)	подготовка к сдаче экзамена		решения задач, контрольная работа
12. Математическое ожидание. Свойства.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
13. Свойства функций распределения случайных величин. Свертка.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
14. Характеристическая функция. Свойства. Теорема непрерывности для характеристических функций и функций распределения.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
15. Предельные теоремы (закон больших чисел и центральная предельная теорема).	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач
16. Условное математическое ожидание. Теорема о нормальной корреляции.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач
17. Понятие о процессах.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач
18. Схема Калмана. Фильтр Калмана.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	4	устный опрос, проверка решения задач
<b>6 семестр</b>			
<i>Раздел 2. Математическая статистика</i>			
1. Понятие выборки. Выборочные распределения и выборочные характеристики. Вариационный ряд. Порядковые статистики и их распределение.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
2. Точечные оценки неизвестных параметров.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач,

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

Несмещенность, состоятельность, эффективность. Выборочные средние и дисперсия как оценки. Способы сравнения оценок. Среднеквадратический подход. Эффективные оценки.			контрольная работа
3. Информация по Фишеру. Связь с информацией, содержащейся в одном наблюдении. Неравенство Рао-Крамера. Теорема о единственности несмещенной эффективной оценки.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
4. Метод максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия. Метод моментов.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
5. Распределения вероятностей, связанные с нормальным: гамма-распределение, $\chi^2$ -Пирсона, Стьюдента, Фишера. Леммы о распределении Стьюдента, Фишера.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач
6. Интервальные оценки неизвестных параметров. Леммы о доверительных пределах. Основная теорема интервального оценивания.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
7. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительный интервал в случае асимптотически нормальных оценок.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

Определение необходимого объема выборки.			
8. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Ошибки 1, 2 рода. Мощность критерия. Статистика критерия. Критическая область.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче экзамена	2	устный опрос, проверка решения задач, контрольная работа
9. Параметрические гипотезы. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий в случае известной дисперсии. Проверка гипотез о равенстве дисперсии.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач
10. Критерии согласия. Критерий Пирсона. Теорема Пирсона. Критерий Колмогорова и $W^2$ -квадрат Мизеса. Распространенные ошибки при использовании критериев согласия.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	2	устный опрос, проверка решения задач
11. Критерии однородности. Критерий знаков и критерий Вилкоксона.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач
12. Способы сравнения критериев. Наиболее мощные критерии. Лемма Неймана-Пирсона.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	1	устный опрос, проверка решения задач
13. Методы многомерного статистического анализа. Корреляционный анализ: проверка значимости коэффициентов линейной и ранговой (Спирмена и Кендалла) корреляции. Понятие о дисперсионном анализе.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче экзамена	2	устный опрос, проверка решения задач
14. Методы	Проработка учебного материала, решение	2	устный опрос,

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

<p>многомерного статистического анализа. Понятие о регрессионном анализе. Метод наименьших квадратов. Основная теорема регрессионного анализа. Выбор уравнения линейной регрессии. Ошибка прогноза. Свойства оптимального прогноза. Корреляционное отношение. Множественная линейная регрессия. Ошибка прогноза.</p>	<p>задач, подготовка к сдаче экзамена</p>	<p>проверка решения задач</p>
--	---	-------------------------------

## 11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### а) Список рекомендуемой литературы основная

1. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей : учебник для вузов / Е.С. Вентцель. – 11-е изд., стер. – М. : КНОРУС, 2010. – 664 с. – ISBN 978-5-406-00476-0.
2. Ширяев, А.Н. Вероятность : учебное пособие для вузов по спец. «Математика», «Прикладная математика», «Физика» / А.Н. Ширяев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1989. – 640 с. – ISBN 5-02-013955-6.
3. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для прикладного бакалавриата / В.Е. Гмурман. – 12-е изд. – М. : Издательство Юрайт, 2019. – 479 с. – (Бакалавр. Прикладной курс). – ISBN 978-5-534-00211-9. – Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://biblio-online.ru/bcode/431095>.

### дополнительная

1. Вентцель, Е.С. Задачи и упражнения по теории вероятностей : учебное пособие / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Высшая школа, 2002. – 448 с. – ISBN 5-06-004221-9.
2. Зубков, А.М. Сборник задач по теории вероятностей : учебное пособие для вузов / А.М. Зубков, Б.А. Севастьянов, В.П. Чистяков. – 2-е изд, испр. и доп. – М. : Наука, 1989. – 320 с. – ISBN 5-02-013949-1.
3. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – 6-е изд., доп. – М. : Высшая школа, 2002. – 404 с. – ISBN 5-06-004212-X.
4. Бутов, А.А. Лекции по теории вероятностей : учеб.-метод. пособие / А.А. Бутов. – Ульяновск : УлГУ, 1997. – 62 с.

### учебно-методическая

1. Бутов, А.А. Теория вероятностей : для направлений бакалавриата ФМиИТ : учеб.-метод.



Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

Петербург, [2020]. – URL: <https://e.lanbook.com>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

1.5. **Znanium.com** : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Знаниум. - Москва, [2020]. - URL: <http://znanium.com>. – Режим доступа : для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.

1.6. Clinical Collection : коллекция для медицинских университетов, клиник, медицинских библиотек // EBSCOhost : [портал]. – URL: <http://web.a.ebscohost.com/ehost/search/advanced?vid=1&sid=e3ddfb99-a1a7-46dd-a6eb-2185f3e0876a%40sessionmgr4008>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный.

2. **КонсультантПлюс** [Электронный ресурс]: справочная правовая система. /ООО «Консультант Плюс» - Электрон. дан. - Москва : КонсультантПлюс, [2020].

### 3. Базы данных периодических изданий:

3.1. База данных периодических изданий : электронные журналы / ООО ИВИС. - Москва, [2020]. – URL: <https://dlib.eastview.com/browse/udb/12>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный.

3.2. eLIBRARY.RU: научная электронная библиотека : сайт / ООО Научная Электронная Библиотека. – Москва, [2020]. – URL: <http://elibrary.ru>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный

3.3. «Grebennikon» : электронная библиотека / ИД Гребенников. – Москва, [2020]. – URL: <https://id2.action-media.ru/Personal/Products>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный.

4. **Национальная электронная библиотека** : электронная библиотека : федеральная государственная информационная система : сайт / Министерство культуры РФ ; РГБ. – Москва, [2020]. – URL: <https://нэб.рф>. – Режим доступа : для пользователей научной библиотеки. – Текст : электронный.

5. **SMART Imagebase** // EBSCOhost : [портал]. – URL: <https://ebsco.smartimagebase.com/?TOKEN=EBSCO-1a2ff8c55aa76d8229047223a7d6dc9c&custid=s6895741>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Изображение : электронные.

### 6. Федеральные информационно-образовательные порталы:

6.1. **Единое окно доступа к образовательным ресурсам** : федеральный портал / учредитель ФГАОУ ДПО ЦРГОП и ИТ. – URL: <http://window.edu.ru/>. – Текст : электронный.

6.2. **Российское образование** : федеральный портал / учредитель ФГАОУ ДПО ЦРГОП и ИТ. – URL: <http://www.edu.ru>. – Текст : электронный.

### 7. Образовательные ресурсы УлГУ:

7.1. Электронная библиотека УлГУ : модуль АБИС Мега-ПРО / ООО «Дата Экспресс». – URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Web>. – Режим доступа : для пользователей научной библиотеки. – Текст : электронный.

7.2. Образовательный портал УлГУ. – URL: <http://edu.ulsu.ru>. – Режим доступа : для зарегистр. пользователей. – Текст : электронный.

Согласовано:

*зам. нач. уиит*  
Должность сотрудника УИТиТ

ФИО

подпись

дата

## 12. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ:

Аудитории для проведения лекций, семинарских занятий, для выполнения

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

лабораторных работ, для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, курсового проектирования, групповых и индивидуальных консультаций.

Аудитории укомплектованы специализированной мебелью, учебной доской. Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде, электронно-библиотечной системе. Перечень оборудования, используемого в учебном процессе, указывается в соответствии со сведениями о материально-техническом обеспечении и оснащённости образовательного процесса, размещёнными на официальном сайте УлГУ в разделе «Сведения об образовательной организации».

### 13. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

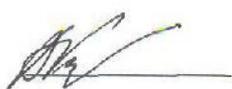
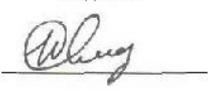
В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) могут предлагаться одни из следующих вариантов восприятия информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

– для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

– для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

– для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.

В случае необходимости использования в учебном процессе частично/исключительно дистанционных образовательных технологий, организация работы ППС с обучающимися с ОВЗ и инвалидами предусматривается в электронной информационно-образовательной среде с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

Разработчик	 подпись	зав. кафедрой	Бутов А.А.
		должность	ФИО
Разработчик	 подпись	доцент	Савинов Ю.Г.
		должность	ФИО
Разработчик	 подпись	доцент	Гаврилова М.С.
		должность	ФИО
Разработчик	 подпись	доцент	Хрусталев С.А.
		должность	ФИО